13. Játékelmélet. Bimátrix játékok. Zérusösszegű játékok és a lineáris programozás.

Kidolgozott feladatok

1. Egy kétszereplős (*A* és *B*) zéróösszegű játék kifizetési mátrixa az *A* játékos nyereményeit mutatja:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | **B** | |
|  | stratégiák | *b1* | *b2* |
| **A** | *a1* | 1 | 3 |
| *a2* | 4 | 2 |

Adja meg grafikus módszer segítségével a kevert stratégiákat és a játék értékét!

Megoldás:

Az *A* játékos *p* valószínűséggel választja az *a1*, a *B* pedig *q* valószínűséggel a *b1* stratégiát.

Az *A* játékos várható nyereményei *minimumainak maximumát* esetén éri el.

A maximum hely a két egyenes metszéspontjában van:

Innen a maximum érték:

A *B* játékos várható veszteségei *maximumának minimumát* esetén éri el.

A minimum hely a két egyenes metszéspontjában van:

Innen a minimum érték:

Az *A* játékos

az *a1* stratégiát 0,5;

az *a2* stratégiát 0,5;

a *B* játékos

a *b1* stratégiát 0,25;

a *b2* stratégiát 0,75

valószínűséggel választja, a játék értéke .

2. Egy kétszereplős (*A* és *B*) zéróösszegű játék kifizetési mátrixa az *A* játékos nyereményeit mutatja:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | **B** | |
|  | stratégiák | *b1* | *b2* |
| **A** | *a1* | 1 | 2 |
| *a2* | 7 | 3 |

Adja meg grafikus módszer segítségével a kevert stratégiákat és a játék értékét!

Megoldás:

Az *A* játékos *p* valószínűséggel választja az *a1*, a *B* pedig *q* valószínűséggel a *b1* stratégiát.

Az *A* játékos várható nyereményei *minimumainak maximumát* esetén éri el.

A maximum hely nem a két egyenes metszéspontjában van!

esetén a maximum érték:

A *B* játékos várható veszteségei *maximumának minimumát* esetén éri el.

A minimum hely az *a2* stratégiához tartozó szakasz bal oldali végpontjánál van, itt:

Az ehhez tartozó minimum érték:

Az *A* játékos

az *a1* stratégiát 0;

az *a2* stratégiát 1;

a *B* játékos

a *b1* stratégiát 0;

a *b2* stratégiát 1

valószínűséggel választja, a játék értéke .

3. Egy kétszereplős (*A* és *B*) zéróösszegű játék kifizetési mátrixa az *A* játékos nyereményeit mutatja:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | **B** | |
|  | stratégiák | *b1* | *b2* |
| **A** | *a1* | 4 | 3 |
| *a2* | 2 | 1 |

Adja meg grafikus módszer segítségével a kevert stratégiákat és a játék értékét!

Megoldás:

Az *A* játékos *p* valószínűséggel választja az *a1*, a *B* pedig *q* valószínűséggel a *b1* stratégiát.

Az *A* játékos várható nyereményei *minimumainak maximumát* esetén éri el. A maximum hely a *b2* stratégiához tartozó szakasz jobb oldali végpontja, a maximum érték:

A *B* játékos várható veszteségei *maximumának minimumát* esetén éri el.

A minimum hely az *a1* stratégiához tartozó szakasz bal oldali végpontjánál van, itt:

Az ehhez tartozó minimum érték:

Az *A* játékos

az *a1* stratégiát 1;

az *a2* stratégiát 0;

a *B* játékos

a *b1* stratégiát 0;

a *b2* stratégiát 1

valószínűséggel választja, a játék értéke .

4. Egy kétszereplős (*A* és *B*) zéróösszegű játék kifizetési mátrixa az *A* játékos nyereményeit mutatja:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | B | | |
|  | stratégiák | b1 | b2 | b3 |
| A | a1 | -2 | -4 | 8 |
| a2 | 3 | 6 | -2 |

Adja meg grafikus módszer segítségével az *A* játékos kevert stratégiáját és a játék értékét!

Megoldás:

Az *A* játékos *p* valószínűséggel választja az *a1* stratégiát.

Az *A* játékos várható nyereményei *minimumainak maximumát* esetén éri el.

A maximum hely a *b1* és a *b3* stratégiához tartozó szakasz metszéspontjának *p* koordinátája:

Innen a maximum érték:

Az *A* játékos

az *a1* stratégiát 0,25;

az *a2* stratégiát 0,75

valószínűséggel választja, a játék értéke .

5. Egy kétszereplős (*A* és *B*) zéróösszegű játék kifizetési mátrixa az *A* játékos nyereményeit mutatja:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | B | | |
|  | stratégiák | b1 | b2 | b3 |
| A | a1 | -2 | -4 | 8 |
| a2 | 3 | 6 | -2 |

Adja meg a *B* játékos kevert stratégiáját és a játék értékét!

Megoldás:

A *B* játékos *q1, q2, q3* valószínűséggel választja rendre a b1, b2, b3 stratégiát.

A feladat matematikai modellje:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Az LP feladatot Excel Solverrel megoldva kapjuk:

A *B* játékos

a *b1* stratégiát 0,75;

a *b2* stratégiát 0;

a *b3* stratégiát 0,25

valószínűséggel választja, a játék értéke .

6. Egy kétszereplős (*A* és *B*) zéróösszegű játék kifizetési mátrixa az *A* játékos nyereményeit mutatja:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | B | |
|  | stratégiák | b1 | b2 |
| A | a1 | 1 | 3 |
| a2 | 5 | 0 |
| a3 | 4 | 2 |

Adja meg az *A* játékos kevert stratégiáját és a játék értékét!

Megoldás:

Az *A* játékos *p1, p2, p3* valószínűséggel választja rendre az a1, a2, a3 stratégiát.

A feladat matematikai modellje:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Az LP feladatot Excel Solverrel megoldva kapjuk:

Az *A* játékos

az *a1* stratégiát 0,5;

az *a2* stratégiát 0;

az *a3* stratégiát 0,5

valószínűséggel választja, a játék értéke .

7. Egy kétszereplős (*A* és *B*) zéróösszegű játék kifizetési mátrixa az *A* játékos nyereményeit mutatja:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | B | |
|  | stratégiák | b1 | b2 |
| A | a1 | 1 | 3 |
| a2 | 5 | 0 |
| a3 | 4 | 2 |

Adja meg grafikus módszer segítségével a *B* játékos kevert stratégiáját és a játék értékét!

Megoldás:

A *B* játékos várható veszteségei *maximumainak minimumát* esetén éri el.

A minimum hely az *a1* és az *a3* stratégiához tartozó szakasz metszéspontjának *q* koordinátája:

Innen a minimum érték:

A *B* játékos

a *b1* stratégiát 0,25;

a *b2* stratégiát 0,75

valószínűséggel választja, a játék értéke .

8. Egy kétszereplős (*A* és *B*) zéróösszegű játék kifizetési mátrixa az *A* játékos nyereményeit mutatja:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | B | | |
|  | stratégiák | b1 | b2 | b3 |
| A | a1 | 1 | 3 | -1 |
| a2 | 5 | 0 | 2 |
| a3 | 1 | 2 | 4 |

Adja meg az *A* játékos kevert stratégiáját és a játék értékét!

Megoldás:

Az *A* játékos *p1, p2, p3* valószínűséggel választja rendre az a1, a2, a3 stratégiát.

A feladat matematikai modellje:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Az LP feladatot Excel Solverrel megoldva kapjuk:

Az *A* játékos

az *a1* stratégiát ;

az *a2* stratégiát ;

az *a3* stratégiát valószínűséggel választja, a játék értéke .

9. Egy kétszereplős (*A* és *B*) zéróösszegű játék kifizetési mátrixa az *A* játékos nyereményeit mutatja:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | B | | |
|  | stratégiák | b1 | b2 | b3 |
| A | a1 | 1 | 3 | -1 |
| a2 | 5 | 0 | 2 |
| a3 | 1 | 2 | 4 |

Adja meg a *B* játékos kevert stratégiáját és a játék értékét!

Megoldás:

A *B* játékos *q1, q2, q3* valószínűséggel választja rendre a b1, b2, b3 stratégiát.

A feladat matematikai modellje:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Az LP feladatot Excel Solverrel megoldva kapjuk:

A *B* játékos

a *b1* stratégiát ;

a *b2* stratégiát ;

a *b3* stratégiát valószínűséggel választja, a játék értéke .

10. Egy kétszereplős (*A* és *B*) zéróösszegű játék kifizetési mátrixa az *A* játékos nyereményeit mutatja:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | B | | | |
|  | stratégiák | b1 | b2 | b3 | b4 |
| A | a1 | 1 | 3 | 2 | 1 |
| a2 | 5 | 0 | 1 | 0 |
| a3 | 4 | 2 | -2 | 6 |

Adja meg az *A* játékos kevert stratégiáját és a játék értékét!

Megoldás:

Az *A* játékos *p1, p2, p3* valószínűséggel választja rendre az a1, a2, a3 stratégiát.

A feladat matematikai modellje:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Az LP feladatot Excel Solverrel megoldva kapjuk:

Az *A* játékos

az *a1* stratégiát ;

az *a2* stratégiát ;

az *a3* stratégiát valószínűséggel választja, a játék értéke .

11. Egy kétszereplős (*A* és *B*) zéróösszegű játék kifizetési mátrixa az *A* játékos nyereményeit mutatja:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | B | | | |
|  | stratégiák | b1 | b2 | b3 | b4 |
| A | a1 | 1 | 3 | 2 | 1 |
| a2 | 5 | 0 | 1 | 0 |
| a3 | 4 | 2 | -2 | 6 |

Adja meg a *B* játékos kevert stratégiáját és a játék értékét!

Megoldás:

A *B* játékos *q1, q2, q3, q4* valószínűséggel választja rendre a b1, b2, b3, b4 stratégiát.

A feladat matematikai modellje:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Az LP feladatot Excel Solverrel megoldva kapjuk:

A *B* játékos

a *b1* stratégiát ;

a *b2* stratégiát ;

a *b3* stratégiát ;

a *b4* stratégiát valószínűséggel választja, a játék értéke .

12. Egy kétszereplős (*A* és *B*) zéróösszegű játék kifizetési mátrixa az *A* játékos nyereményeit mutatja:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | B | | |
|  | stratégiák | b1 | b2 | b3 |
| A | a1 | 1 | -2 | 3 |
| a2 | 8 | 1 | -2 |
| a3 | 0 | 5 | 2 |
| a4 | 4 | 2 | 1 |

Adja meg az *A* játékos kevert stratégiáját és a játék értékét!

Megoldás:

Az *A* játékos *p1, p2, p3, p4* valószínűséggel választja rendre az a1, a2, a3, a4 stratégiát.

A feladat matematikai modellje:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Az LP feladatot Excel Solverrel megoldva kapjuk:

Az *A* játékos

az *a1* stratégiát ;

az *a2* stratégiát ;

az *a3* stratégiát ;

az *a4* stratégiát valószínűséggel választja, a játék értéke .

13. Egy kétszereplős (*A* és *B*) zéróösszegű játék kifizetési mátrixa az *A* játékos nyereményeit mutatja:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | B | | |
|  | stratégiák | b1 | b2 | b3 |
| A | a1 | 1 | -2 | 3 |
| a2 | 8 | 1 | -2 |
| a3 | 0 | 5 | 2 |
| a4 | 4 | 2 | 1 |

Adja meg a *B* játékos kevert stratégiáját és a játék értékét!

Megoldás:

A *B* játékos *q1, q2, q3* valószínűséggel választja rendre a b1, b2, b3 stratégiát.

A feladat matematikai modellje:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Az LP feladatot Excel Solverrel megoldva kapjuk:

A *B* játékos

a *b1* stratégiát ;

a *b2* stratégiát ;

a *b3* stratégiát valószínűséggel választja, a játék értéke .

14. Egy kétszereplős (*A* és *B*) zéróösszegű játék kifizetési mátrixa az *A* játékos nyereményeit mutatja:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | B | | | |
|  | stratégiák | b1 | b2 | b3 | b4 |
| A | a1 | 1 | -2 | 3 | 4 |
| a2 | 5 | 0 | 2 | 1 |
| a3 | -4 | 2 | -1 | 2 |
| a4 | 4 | -1 | 2 | -3 |

Adja meg az *A* játékos kevert stratégiáját és a játék értékét!

Megoldás:

Az *A* játékos *p1, p2, p3, p4* valószínűséggel választja rendre az a1, a2, a3, a4 stratégiát.

A feladat matematikai modellje:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Az LP feladatot Excel Solverrel megoldva kapjuk:

Az *A* játékos

az *a1* stratégiát ;

az *a2* stratégiát ;

az *a3* stratégiát ;

az *a4* stratégiát valószínűséggel választja, a játék értéke .

15. Egy kétszereplős (*A* és *B*) zéróösszegű játék kifizetési mátrixa az *A* játékos nyereményeit mutatja:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | B | | | |
|  | stratégiák | b1 | b2 | b3 | b4 |
| A | a1 | 1 | -2 | 3 | 4 |
| a2 | 5 | 0 | 2 | 1 |
| a3 | -4 | 2 | -1 | 2 |
| a4 | 4 | -1 | 2 | -3 |

Adja meg a *B* játékos kevert stratégiáját és a játék értékét!

Megoldás:

A *B* játékos *q1, q2, q3, q4* valószínűséggel választja rendre a b1, b2, b3, b4 stratégiát.

A feladat matematikai modellje:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Az LP feladatot Excel Solverrel megoldva kapjuk:

A *B* játékos

a *b1* stratégiát ;

a *b2* stratégiát ;

a *b3* stratégiát ;

a *b4* stratégiát valószínűséggel választja, a játék értéke